

学籍番号:

氏名:

## 演習問題 7 (2014 年 11 月 27 日)

**注意.** 答案作成に際しては以下の点に注意すること:

- なるべくきれいな字で丁寧に書くこと. 試験答案やレポートも「他人に読んでもらう文章」なのだから, 自分にしか読めないような雑な字で書くべきではない.
- 数学的に厳密な議論を行うこと. 厳密さを欠いた曖昧な議論は数学では許されない.

**演習 7.1.**  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty} \subset \mathbb{R}$ ,  $a \in \mathbb{R}$  とし,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_{2n-1} = a$  かつ  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_{2n} = a$  と仮定する. このとき  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  であることを示せ.

**演習 7.2.**  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty} \subset \mathbb{R}$  が収束するならば  $\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = |\lim_{n \rightarrow \infty} a_n|$  であることを示せ.

**演習 7.3.** (1)  $n \in \mathbb{N}$ ,  $0 \leq x \leq 1$  に対し次の不等式が成り立つことを示せ :

$$\left| \sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k x^k - \frac{1}{1+x} \right| \leq x^n.$$

(2)  $\left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} = \log 2$  であることを示せ.