

第2回レポート

締め切り: 2015年12月21日(月) 17時

提出先: 大学教育推進機構・国際教養教育院事務室
(鶴甲第1キャンパスK棟1階)の横のレポートBox

以下の問題2.1~2.2に可能な限り多く解答し, レポートとして提出すること。

注意. レポート作成に際しては以下の点に注意すること:

- なるべくきれいな字で丁寧に書くこと. 試験答案やレポートも「他人に読んでもらう文章」なのだから, 自分にしか読めないような雑な字で書くべきではない.
- 数学的内容の理解の為に他の人と相談をするのは構わないが, レポートの作成にあたっては他の人の解答を写したりせず, 自分の言葉で解答すること. **明らかに他の人のレポートを写したと分かるレポートが発見された場合, 写した者と写させた者, どちらのレポートも0点として取り扱う.**

なお最終的な成績評価にあたっては, 期末試験の結果にレポートの評点を加える形で行い, 期末試験だけでも良い成績を取ることが十分可能になるように配点する. (つまりレポートの提出は必須ではないが, 成績の為には出した方がよい, ということである.)

問題 2.1. 広義積分 $\int_0^{\pi/2} \log \sin x \, dx$ が絶対収束し, さらにその値が具体的に求まることを示そう.

(1) $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲で $\frac{2}{\pi}x \leq \sin x$ であることを示せ.

(2) $0 < x \leq 1$ の範囲での関数 $x^{1/2} \log x$ の最大値・最小値を求めよ.

(3) 広義積分 $\int_0^{\pi/2} \log \sin x \, dx$ は絶対収束することを示せ.

(ヒント: $\int_0^1 \log \sin x \, dx$ の絶対収束を示せばよい. (1), (2) を用いて定理 1.51 の条件の成立を示せ.)

(4) 広義積分 $\int_0^{\pi/2} \log \cos x \, dx, \int_0^{\pi} \log \sin x \, dx$ は共に絶対収束し

$$\int_0^{\pi/2} \log \cos x \, dx = \frac{1}{2} \int_0^{\pi} \log \sin x \, dx = \int_0^{\pi/2} \log \sin x \, dx \quad (2.1)$$

であることを示せ. (ヒント: $\int_0^{\pi/2} \log \cos x \, dx, \int_{\pi/2}^{\pi} \log \sin x \, dx$ に置換積分を行い(3)に帰着させよ.)

(5) 広義積分 $\int_0^{\pi/2} \log \sin x \, dx$ の値を求めよ.

(ヒント: 広義積分 $\int_0^{\pi} \log \sin x \, dx$ に対し $x = 2u$ とおいて置換積分を行った後, (2.1) を用いよ.)

問題 2.2. 次の重積分の値を求めよ.

$$(1) \iint_{[0,1] \times [0,1]} \max\{x, y^2\} \, dx \, dy \quad (2) \iint_{[0,1] \times [0,1]} x^2 y e^{-xy^2} \, dx \, dy \quad (3) \iint_{[0,1] \times [1,3]} x^y \, dx \, dy$$