

第3回レポート

締め切り: 2016年1月12日(火) 午前9時

提出先: 大学教育推進機構・国際教養教育院事務室
(鶴甲第1キャンパスK棟1階) の横のレポート Box

以下の問題 3.1~3.2 に可能な限り多く解答し, レポートとして提出すること。

注意. レポート作成に際しては以下の点に注意すること:

- なるべくきれいな字で丁寧に書くこと. 試験答案やレポートも「他人に読んでもらう文章」なのだから, 自分にしか読めないような雑な字で書くべきではない.
- 数学的内容の理解の為に他の人と相談するのは構わないが, レポートの作成にあたっては他の人の解答を写したりせず, 自分の言葉で解答すること. **明らかに他の人のレポートを写したと分かるレポートが発見された場合, 写した者と写させた者, どちらのレポートも0点として取り扱う.**

なお最終的な成績評価にあたっては, 期末試験の結果にレポートの評点を加える形で行い, 期末試験だけでも良い成績を取ることが十分可能になるように配点する. (つまりレポートの提出は必須ではないが, 成績の為に出した方がよい, ということである.)

問題 3.1. $[0, 1] \times (0, \infty)$ 上で定義された関数 $(x, \alpha) \mapsto x^\alpha \log x$ (ただし $x = 0$ のときは $x^\alpha \log x := 0$ と定める) が連続であること (これは証明なしで認めてよい) を用いて, 次の各問いに答えよ.

(1) 任意の $\alpha > 0$ に対し $\int_0^1 x^\alpha \log x \, dx = -\frac{1}{(\alpha + 1)^2}$ であることを示せ. (ヒント: 定理 2.18)

(2) 任意の $\alpha > 0$ と任意の正の整数 n に対し $\int_0^1 x^\alpha (\log x)^n \, dx = \frac{(-1)^n n!}{(\alpha + 1)^{n+1}}$ であることを示せ.

問題 3.2. 次の 2 重積分, 3 重積分の値を求めよ.

(1) $\iint_{\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq -1/2, x^2 + y^2 \leq 1\}} x \, dx \, dy$ (2) $\iint_{\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \geq 0, 0 \leq x \leq 2 - \sqrt{y}\}} y \, dx \, dy$

(3) $\iiint_{\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \leq 0 \leq y, x^2 + y^2 \leq 1, z^2 \leq x^2 + y^2 + 1\}} xy \, dx \, dy \, dz$