学籍番号： **氏名：**

演習問題 $10\frac{1}{2}$（2016 年 1 月 20 日）

注意. 答案作成に際しては以下の点に注意すること：

- なるべくきれいな字で丁寧に書くこと．試験答案やレポートも「他人に読んでもらう文章」なのだから，自分にしか読めないような雑な字で書くべきではない．
- 数学的に厳密な議論を行うこと．厳密さを欠いた曖昧な議論は数学では許されない．

演習 10.3. $\alpha \in (0, \infty)$, $r \in (0, 1)$ とし，$g : [0, \infty) \to [0, \infty)$ を $g(x) := x^{\alpha} r^{x/2}$ で定める．g の最大値を求めよ．

演習 10.4. $\{a_n\}_{n=0}^{\infty} \subset \mathbb{R}$ とし，$c, \alpha \in (0, \infty)$ が存在して任意の $n \in \mathbb{N}$ に対し $|a_n| \leq cn^{\alpha}$ が成り立つと仮定する．このとき任意の $r \in (0, 1)$ に対し $\sum_{n=0}^{\infty} |a_n| r^n$ が収束することを示せ．

演習 10.5. $\{a_n\}_{n=0}^{\infty} \subset \mathbb{R}$ とし，$c, \alpha \in (0, \infty)$ が存在して任意の $n \in \mathbb{N}$ に対し $|a_n| \le cn^{\alpha}$ が成り立つと仮定する．$f : (-1, 1) \to \mathbb{R}$ を

$$f(x) := \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$$

により定義する（演習 10.4 よりこの級数は任意の $x \in (-1, 1)$ に対し絶対収束する）．このとき f は連続であることを示せ．