

学籍番号:

氏名:

演習問題3 (2015年10月21日)

注意. 答案作成に際しては以下の点に注意すること:

- なるべくきれいな字で丁寧に書くこと. 試験答案やレポートも「他人に読んでもらう文章」なのだから, 自分にしか読めないような雑な字で書くべきではない.
- 数学的に厳密な議論を行うこと. 厳密さを欠いた曖昧な議論は数学では許されない.

演習 3.1. $\{a_n\}_{n=1}^{\infty} \subset \mathbb{R}$ を $a_n := (-1)^n$ で定める. $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ の部分列で $\limsup_{n \rightarrow \infty} a_n$ に収束するもの, $\liminf_{n \rightarrow \infty} a_n$ に収束するものを 1 つずつ求めよ.

演習 3.2. $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} \subset \mathbb{R}$ を $b_n := \sin(\frac{2}{3}n\pi)$ で定める. $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ の部分列で $\limsup_{n \rightarrow \infty} b_n$ と $\liminf_{n \rightarrow \infty} b_n$ と異なる値に収束するものを 1 つ求めよ.

演習 3.3. $\{d_n\}_{n=1}^{\infty} \subset \mathbb{R}$ を $d_n := (-1)^n \left(1 - \frac{1}{n}\right)$ で定める. $\{d_n\}_{n=1}^{\infty}$ の部分列 $\{d_{3n}\}_{n=1}^{\infty}$ は収束しないこと (すなわち, 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} d_{3n}$ が存在しないこと) を示せ.