

学籍番号:

氏名:

演習問題 5 (2015 年 11 月 18 日)

注意. 答案作成に際しては以下の点に注意すること:

- なるべくきれいな字で丁寧に書くこと. 試験答案やレポートも「他人に読んでもらう文章」なのだから, 自分にしか読めないような雑な字で書くべきではない.
- 数学的に厳密な議論を行うこと. 厳密さを欠いた曖昧な議論は数学では許されない.

演習 5.1. $\{a_n\}_{n=1}^{\infty} \subset \mathbb{R}$ とする. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ が収束するならば $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ であることを示せ.

演習 5.2. 次の級数が収束するか発散するか判定せよ.

$$(1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!} \quad (2) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$$

演習 5.3. $p > 0$ とする. 級数

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$$

は $p > 1$ のとき収束し $0 < p \leq 1$ のとき発散することを, 講義中の定理 5.5 を用いて示せ.