

学籍番号:

氏名:

演習問題7 (2015年12月2日)

注意. 答案作成に際しては以下の点に注意すること:

- なるべくきれいな字で丁寧に書くこと. 試験答案やレポートも「他人に読んでもらう文章」なのだから, 自分にしか読めないような雑な字で書くべきではない.
- 数学的に厳密な議論を行うこと. 厳密さを欠いた曖昧な議論は数学では許されない.

演習 7.1. $\{a_n\}_{n=1}^{\infty} \subset \mathbb{R}$, $a \in \mathbb{R}$ とし, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_{2n-1} = a$ かつ $\lim_{n \rightarrow \infty} a_{2n} = a$ と仮定する. このとき $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ であることを示せ.

演習 7.2. $\{a_n\}_{n=1}^{\infty} \subset \mathbb{R}$ が収束するならば $\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = |\lim_{n \rightarrow \infty} a_n|$ であることを示せ.

演習 7.3. (1) $n \in \mathbb{N}$, $0 \leq x \leq 1$ に対し次の不等式が成り立つことを示せ :

$$\left| \sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k x^k - \frac{1}{1+x} \right| \leq x^n.$$

(2) $\left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} = \log 2$ であることを示せ.