

所属学部・学科:

学籍番号:

氏名:

## 演習問題4 (2016年10月27日)

注意. 答案作成に際しては以下の点に注意すること:

- 所属学部・学科, 学籍番号, 氏名を忘れずに記入すること.
- なるべくきれいな字で丁寧に書くこと. 試験答案やレポートも「他人に読んでもらう文章」なのだから, 自分にしか読めないような雑な字で書くべきではない.

演習 4.3.A.  $V$  を  $\mathbb{R}$  上のベクトル空間,  $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, \mathbf{u}_4 \in V$  とし,  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4, \mathbf{v}_5 \in V$  を次で定める:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_1 &:= \mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2 - \mathbf{u}_3 + \mathbf{u}_4, & \mathbf{v}_2 &:= \mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2 - 2\mathbf{u}_3 + 2\mathbf{u}_4, & \mathbf{v}_3 &:= 2\mathbf{u}_2 + \mathbf{u}_3 - \mathbf{u}_4, \\ \mathbf{v}_4 &:= -\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_3, & \mathbf{v}_5 &:= 2\mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2 + \mathbf{u}_4. \end{aligned}$$

- (1)  $V$  の元の組  $(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4, \mathbf{v}_5)$  を  $(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, \mathbf{u}_4)$  と行列の積 (講義中の定義 4.2.C) の形で表せ.
- (2)  $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, \mathbf{u}_4$  は 1 次独立と仮定し,  $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4, \mathbf{v}_5\}$  の 1 次独立な最大個数を  $r$  とおく (すなわち  $r := \text{MaxLI}(\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4, \mathbf{v}_5\})$ ). このとき  $r$  の値と  $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4, \mathbf{v}_5\}$  のうちの  $r$  個の 1 次独立なベクトルの組 1 つを求め, さらに他のベクトルをそれらの 1 次結合として表せ.