**所属学部・学科：**　　　**学籍番号：**　　　**氏名：**

# 演習問題 14（2017 年 2 月 2 日）

**注意.** 答案作成に際しては以下の点に注意すること：

- **所属学部・学科，学籍番号，氏名を忘れずに記入すること.**
- なるべくきれいな字で丁寧に書くこと．試験答案やレポートも「他人に読んでもらう文章」なのだから，自分にしか読めないような雑な字で書くべきではない.

**演習 6.2.B.** $\mathbb{R}^3$ の基底 $(\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2, \boldsymbol{v}_3)$ を

$$\boldsymbol{v}_1 := \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{v}_2 := \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{v}_3 := \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

で定める（$(\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2, \boldsymbol{v}_3)$ が $\mathbb{R}^3$ の基底であることは証明しなくてよい）．$(\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2, \boldsymbol{v}_3)$ にシュミットの直交化法を適用することにより $\mathbb{R}^3$ の正規直交基底 $(\boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2, \boldsymbol{u}_3)$ を求めよ.

**演習 6.3.A.** 3 次実対称行列 $A$ を次で定める：

$$A := \begin{bmatrix} 1 & -2 & -2 \\ -2 & 1 & -2 \\ -2 & -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

(1) $A$ の固有多項式 $g_A(t)$ を求め，さらに $\mathbb{R}$ に属する $A$ の固有値を全て求めよ．
(2) $A$ の各固有値 $\lambda \in \mathbb{R}$ に対し，線形変換 $T_A : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ の $\lambda$ に対する固有空間 $W(\lambda\,; T_A)$ を求め，さらに $W(\lambda\,; T_A)$ の正規直交基底を 1 組求めよ．
(3) 対称行列 $A$ を直交行列により対角化せよ．