

所属学部・学科:

学籍番号:

氏名:

## 演習問題9 (2016年12月15日)

注意. 答案作成に際しては以下の点に注意すること:

- 所属学部・学科, 学籍番号, 氏名を忘れずに記入すること.
- なるべくきれいな字で丁寧に書くこと. 試験答案やレポートも「他人に読んでもらう文章」なのだから, 自分にしか読めないような雑な字で書くべきではない.

演習 5.3.A.  $\mathbb{K}$  を実数全体の集合  $\mathbb{R}$  もしくは複素数全体の集合  $\mathbb{C}$  ( $\mathbb{R}, \mathbb{C}$  のうちの任意の1つ) とする.  $V$  を  $\mathbb{K}$  上のベクトル空間,  $T: V \rightarrow V$  を  $\mathbb{K}$ -線形変換とし,  $\lambda \in \mathbb{K}$  とする. このとき

$$W(\lambda; T) := \{\mathbf{u} \in V \mid T(\mathbf{u}) = \lambda\mathbf{u}\}$$

で定義される  $V$  の部分集合  $W(\lambda; T)$  は  $V$  の部分空間であることを示せ.

**演習 5.3.B.**  $2 \times 2$  行列  $A$  を次で定める：

$$A := \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}.$$

- (1)  $A$  の固有多項式  $g_A(t)$  を求めよ.
- (2)  $A$  の定める線形変換  $T_A : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  の固有値  $\lambda$  を全て求めよ.
- (3)  $T_A$  の各固有値  $\lambda$  に対し、 $\lambda$  に対する  $T_A$  の固有空間  $W(\lambda; T_A)$  を求めよ.