

所属学部・学科：

学籍番号：

氏名：

演習問題 6 (2016 年 5 月 24 日)

注意. 答案作成に際しては以下の点に注意すること：

- 所属学部・学科, 学籍番号, 氏名を忘れずに記入すること.
- なるべくきれいな字で丁寧に書くこと. 試験答案やレポートも「他人に読んでもらう文章」なのだから, 自分にしか読めないような雑な字で書くべきではない.

演習 6.1. $\{S_n\}_{n=0}^{\infty}$ を 1 次元単純ランダムウォークとする；すなわち, $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ を独立確率変数列で任意の正の整数 n に対し $\mathbb{P}[X_n = 1] = \mathbb{P}[X_n = -1] = \frac{1}{2}$ を満たすものとし, $\{S_n\}_{n=0}^{\infty}$ を $S_0 := 0$, また正の整数 n に対し $S_n := \sum_{k=1}^n X_k$, で定める. n を正の整数とすると, 以下の間に答えよ.

(1) $S_n^2 = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n X_j X_k$ であることを示せ.

(2) k を $1 \leq k \leq n$ であるような整数とすると, $\mathbb{E}[X_k^2]$ を求めよ.

(3) j, k を $1 \leq j \leq n, 1 \leq k \leq n, j \neq k$ であるような整数とする. このとき $\mathbb{P}[X_j X_k = 1] = \mathbb{P}[X_j X_k = -1] = \frac{1}{2}$ であることを示し, $\mathbb{E}[X_j X_k]$ を求めよ.

(4) $\mathbb{E}[S_n^2] = n$ であることを示せ.