

所属学部・学科:

学籍番号:

氏名:

## 演習問題5 (2017年11月2日)

注意. 答案作成に際しては以下の点に注意すること:

- 所属学部・学科, 学籍番号, 氏名を忘れずに記入すること.
- なるべくきれいな字で丁寧に書くこと. 試験答案やレポートも「他人に読んでもらう文章」なのだから, 自分にしか読めないような雑な字で書くべきではない.
- 裏面の問題は各自の自習のために設けたものであり, 講義時間中に解く必要はない.

演習 4.4.A.  $a_1, a_2, a_3, a_4 \in \mathbb{R}^3$  を

$$a_1 := \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad a_2 := \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}, \quad a_3 := \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad a_4 := \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -6 \end{bmatrix}$$

で定め, さらに  $3 \times 4$  行列  $A$  を  $A = [a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4]$  で定める.

(1)  $A$  の簡約化  $B$  を求めよ.

(2)  $A$  の核  $\ker(A) = \{x \in \mathbb{R}^4 \mid Ax = \mathbf{0}\}$  (連立1次方程式  $Ax = \mathbf{0}$  の解空間) の基底を1組求めよ.

演習 4.4.B.  $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5 \in \mathbb{R}^3$  を

$$\mathbf{a}_1 := \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{a}_2 := \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{a}_3 := \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{a}_4 := \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{a}_5 := \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

で定め、さらに  $3 \times 5$  行列  $A$  を  $A = [\mathbf{a}_1 \ \mathbf{a}_2 \ \mathbf{a}_3 \ \mathbf{a}_4 \ \mathbf{a}_5]$  で定める.

- (1)  $A$  の簡約化  $B$  を求めよ.
- (2)  $A$  の核  $\ker(A) = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^5 \mid A\mathbf{x} = \mathbf{0}\}$  (連立 1 次方程式  $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$  の解空間) の基底を 1 組求めよ.
- (3)  $\{\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5\}$  の 1 次独立な最大個数を  $r$  とおく (すなわち  $r := \text{MaxLI}(\{\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5\})$ ). このとき  $r$  の値と  $\{\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5\}$  のうちの  $r$  個の 1 次独立なベクトルの組 1 つを求め、さらに他のベクトルをそれらの 1 次結合として表せ.