

所属学部・学科:

学籍番号:

氏名:

演習問題6 (2017年11月9日)

注意. 答案作成に際しては以下の点に注意すること:

- 所属学部・学科, 学籍番号, 氏名を忘れずに記入すること.
- なるべくきれいな字で丁寧に書くこと. 試験答案やレポートも「他人に読んでもらう文章」なのだから, 自分にしか読めないような雑な字で書くべきではない.
- 裏面の問題は各自の自習のために設けたものであり, 講義時間中に解く必要はない.

演習 4.4.C. 演習 4.4.A と同じく, $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4 \in \mathbb{R}^3$ を

$$\mathbf{a}_1 := \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{a}_2 := \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{a}_3 := \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{a}_4 := \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -6 \end{bmatrix}$$

で定め, さらに 3×4 行列 A を $A = [\mathbf{a}_1 \ \mathbf{a}_2 \ \mathbf{a}_3 \ \mathbf{a}_4]$ で定める. また A の簡約化を B とおく (B の具体的な形については演習 4.4.A とのその解答例を参照のこと).

(1) $\{\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4\}$ の 1 次独立な最大個数を r とおく (すなわち $r := \text{MaxLI}(\{\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4\})$). このとき r の値と $\{\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4\}$ のうちの r 個の 1 次独立なベクトルの組 1 つを求め, さらに他のベクトルをそれらの 1 次結合として表せ.

(2) \mathbb{R}^3 の部分空間 $\langle \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4 \rangle_{\mathbb{R}}$ の基底を 1 組求めよ.

演習 4.4.D. $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 \in \mathbb{R}^4$ を

$$a_1 := \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad a_2 := \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad a_3 := \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix}, \quad a_4 := \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 4 \\ -3 \end{bmatrix}, \quad a_5 := \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

で定め、さらに 4×5 行列 A を $A = [a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4 \ a_5]$ で定める.

- (1) A の簡約化 B を求めよ.
- (2) A の核 $\text{Ker}(A) = \{x \in \mathbb{R}^5 \mid Ax = \mathbf{0}\}$ (連立 1 次方程式 $Ax = \mathbf{0}$ の解空間) の基底を 1 組求めよ.
- (3) \mathbb{R}^4 の部分空間 $\langle a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 \rangle_{\mathbb{R}}$ の基底を 1 組求めよ.