

所属学部・学科:

学籍番号:

氏名:

演習問題10 (2017年12月21日)

注意. 答案作成に際しては以下の点に注意すること:

- 所属学部・学科, 学籍番号, 氏名を忘れずに記入すること.
- なるべくきれいな字で丁寧に書くこと. 試験答案やレポートも「他人に読んでもらう文章」なのだから, 自分にしか読めないような雑な字で書くべきではない.
- 表面の問題は各自の自習のために設けたものであり, 講義時間中に解く必要はない.

演習 5.3.C. 2×2 行列 A を次で定める:

$$A := \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

- (1) A の固有多項式 $g_A(t)$ を求めよ.
- (2) A の定める線形変換 $T_A: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ の固有値 λ を全て求めよ.
- (3) T_A の各固有値 λ に対し, λ に対する T_A の固有空間 $W(\lambda; T_A)$ を求めよ.

演習 5.4.A. 2×2 行列 A, P を次で定める：

$$A := \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}, \quad P := \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$$

(演習 5.3.B-(3) の結果により $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \in W(1, T_A)$, $\begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix} \in W(-4, T_A)$ であることに注意せよ)。

(1) P^{-1} を求めよ。

(2) $P^{-1}AP$ を求めよ。

(3) $n \in \mathbb{N}$ とする。 $P^{-1}A^n P$ および A^n を求めよ。