

所属学部・学科:

学籍番号:

氏名:

演習問題12 (2018年1月18日)

注意. 答案作成に際しては以下の点に注意すること:

- 所属学部・学科, 学籍番号, 氏名を忘れずに記入すること.
- なるべくきれいな字で丁寧に書くこと. 試験答案やレポートも「他人に読んでもらう文章」なのだから, 自分にしか読めないような雑な字で書くべきではない.
- 表面の問題は各自の自習のために設けたものであり, 講義時間中に解く必要はない.

演習 5.4.D. 3×3 行列 A を次で定める:

$$A := \begin{bmatrix} -13 & 0 & 15 \\ 20 & -3 & -30 \\ -10 & 0 & 12 \end{bmatrix}.$$

- (1) A の固有多項式 $g_A(t)$ を求め, さらに \mathbb{R} に属する A の固有値を全て求めよ.
- (2) A の各固有値 $\lambda \in \mathbb{R}$ に対し, 線形変換 $T_A: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ の λ に対する固有空間 $W(\lambda; T_A)$ を求めよ.
- (3) A が \mathbb{R} 上で対角化可能かどうか調べ, 対角化可能であれば対角化せよ.

演習 6.1.A. $v_1, v_2 \in \mathbb{R}^3$ を

$$v_1 := \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad v_2 := \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

で定める. $(u, v_1) = (u, v_2) = 0$ かつ $\|u\| = 1$ を満たす $u \in \mathbb{R}^3$ を全て求めよ.

演習 6.1.B. V を内積 (\cdot, \cdot) を持つ内積空間とする. W を V の部分集合とするとき,

$$W^\perp := \{u \in V \mid \text{任意の } v \in W \text{ に対し } (u, v) = 0\}$$

で定義される V の部分集合 W^\perp は V の部分空間であることを示せ.