

所属学部・学科:

学籍番号:

氏名:

## 演習問題13 (2018年1月25日)

注意. 答案作成に際しては以下の点に注意すること:

- 所属学部・学科, 学籍番号, 氏名を忘れずに記入すること.
- なるべくきれいな字で丁寧に書くこと. 試験答案やレポートも「他人に読んでもらう文章」なのだから, 自分にしか読めないような雑な字で書くべきではない.
- 表面の問題は各自の自習のために設けたものであり, 講義時間中に解く必要はない.

演習 5.4.E.  $3 \times 3$  行列  $A$  を次で定める:

$$A := \begin{bmatrix} -1 & 3 & 4 \\ 3 & -2 & -3 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

- (1)  $A$  の固有多項式  $g_A(t)$  を求め, さらに  $\mathbb{R}$  に属する  $A$  の固有値を全て求めよ.
- (2)  $A$  の各固有値  $\lambda \in \mathbb{R}$  に対し, 線形変換  $T_A: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  の  $\lambda$  に対する固有空間  $W(\lambda; T_A)$  を求めよ.
- (3)  $A$  が  $\mathbb{R}$  上で対角化可能かどうか調べ, 対角化可能であれば対角化せよ.

**演習 6.2.A.**  $\mathbb{R}^3$  の基底  $(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3)$  を

$$\mathbf{v}_1 := \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 := \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 := \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

で定める  $(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3)$  が  $\mathbb{R}^3$  の基底であることは証明しなくてよい).  $(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3)$  にシュミットの正規直交化法を適用することにより  $\mathbb{R}^3$  の正規直交基底  $(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3)$  を求めよ.