

所属学部・学科:

学籍番号:

氏名:

演習問題 14 (2018 年 2 月 1 日)

注意. 答案作成に際しては以下の点に注意すること:

- 所属学部・学科, 学籍番号, 氏名を忘れずに記入すること.
- なるべくきれいな字で丁寧に書くこと. 試験答案やレポートも「他人に読んでもらう文章」なのだから, 自分にしか読めないような雑な字で書くべきではない.
- 表面の問題は各自の自習のために設けたものであり, 講義時間中に解く必要はない.

演習 6.2.B. \mathbb{R}^3 の基底 (v_1, v_2, v_3) を

$$v_1 := \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad v_2 := \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad v_3 := \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix}$$

で定める $((v_1, v_2, v_3)$ が \mathbb{R}^3 の基底であることは証明しなくてよい). (v_1, v_2, v_3) にシュミットの正規直交化法を適用することにより \mathbb{R}^3 の正規直交基底 (u_1, u_2, u_3) を求めよ.

演習 6.3.A. 3次実対称行列 A を次で定める：

$$A := \begin{bmatrix} 1 & -2 & -2 \\ -2 & 1 & -2 \\ -2 & -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

- (1) A の固有多項式 $g_A(t)$ を求め、さらに \mathbb{R} に属する A の固有値を全て求めよ.
- (2) A の各固有値 $\lambda \in \mathbb{R}$ に対し、線形変換 $T_A : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ の λ に対する固有空間 $W(\lambda; T_A)$ を求め、さらに $W(\lambda; T_A)$ の正規直交基底を1組求めよ.
- (3) 対称行列 A を直交行列により対角化せよ.