

所属学部・学科:

学籍番号:

氏名:

演習問題 3 (2017 年 4 月 25 日)

注意. 答案作成に際しては以下の点に注意すること:

- 所属学部・学科, 学籍番号, 氏名を忘れずに記入すること.
- なるべくきれいな字で丁寧に書くこと. 試験答案やレポートも「他人に読んでもらう文章」なのだから, 自分にしか読めないような雑な字で書くべきではない.

演習 3.1. θ, φ を任意の角とする.

(1) 三角関数の加法定理を用いて, 次の等式が成り立つことを示せ:

$$(\cos \theta + i \sin \theta)(\cos \varphi + i \sin \varphi) = \cos(\theta + \varphi) + i \sin(\theta + \varphi).$$

(2) 任意の正の整数 n に対し $(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos n\theta + i \sin n\theta$ が成り立つことを示せ.

演習 3.2. a を 0 でない複素数とし, $a = R(\cos \varphi + i \sin \varphi)$ (R は正の実数, φ は角) をその極形式とする. また n を正の整数, k を整数とし,

$$a_{n,k} := R^{1/n} \left(\cos \frac{\varphi + k \cdot 360^\circ}{n} + i \sin \frac{\varphi + k \cdot 360^\circ}{n} \right)$$

とおく. このとき $(a_{n,k})^n = a$ であることを示せ.