所属学部・学科：　　学籍番号：　　氏名：

演習問題 7（2017 年 5 月 23 日）

注意. 答案作成に際しては以下の点に注意すること：

- **所属学部・学科，学籍番号，氏名を忘れずに記入すること.**
- なるべくきれいな字で丁寧に書くこと．試験答案やレポートも「他人に読んでもらう文章」なのだから，自分にしか読めないような雑な字で書くべきではない．

演習 7.1. $\{S_n\}_{n=0}^{\infty}$ を 1 次元単純ランダムウォークとする；すなわち，$\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ を独立確率変数列で任意の正の整数 n に対し $\mathbb{P}[X_n = 1] = \mathbb{P}[X_n = -1] = \frac{1}{2}$ を満たすものとし，$\{S_n\}_{n=0}^{\infty}$ を $S_0 := 0$, また正の整数 n に対し $S_n := \sum_{k=1}^{n} X_k$, で定める．$n$ を正の整数とするとき，以下の問に答えよ．

(1) $S_n^2 = \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} X_j X_k$ であることを示せ．

(2) k を $1 \le k \le n$ であるような整数とするとき，$\mathbb{E}[X_k^2]$ を求めよ．

(3) j, k を $1 \le j \le n$, $1 \le k \le n$, $j \ne k$ であるような整数とする．このとき $\mathbb{P}[X_j X_k = 1] = \mathbb{P}[X_j X_k = -1] = \frac{1}{2}$ であることを示し，$\mathbb{E}[X_j X_k]$ を求めよ．

(4) $\mathbb{E}[S_n^2] = n$ であることを示せ．