

所属学部・学科:

学籍番号:

氏名:

## 第1回レポート (演習問題1)

締め切り: 2019年10月29日 (火) 午前10時

提出先: 大学教育推進機構・国際教養教育院事務室  
(鶴甲第1キャンパスK棟1階)の横のレポートBox

以下は高等学校の数学IIIで学習した積分法の復習および今後の講義内容の準備を兼ねた、1変数関数の積分の計算問題である。以下の問題1.1~1.9に解答せよ。解答に際しては、講義ノート(手書きノートのコピー)の5~8ページの記述を参考にとすること。

**注意.** 解答用紙としては本紙を用いること。欄が不足した場合に別紙を追加することは差し支えないが、別紙にも所属学部・学科・学籍番号・氏名を明記し、ホチキスなどを用いて本紙から分離しないようにすること。またレポート作成に際しては以下の点にも注意すること:

- なるべくきれいな字で丁寧に書くこと。試験答案やレポートも「他者に読んでもらう文章」なのだから、自分にしか読めないような雑な字で書くべきではない。
- 数学的内容の理解の為に他者と相談するのは構わないが、レポートの作成にあたっては他者の解答を写したりせず、自分の言葉で解答すること。

**問題 1.1.** (1) 定積分  $\int_0^1 x^2 e^{-x} dx$  を求めよ。

(2) 極限  $\lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \int_{\varepsilon}^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$  を求めよ。

(3) 不定積分  $\int x e^{-x^2} dx$  を求め、さらに極限  $\lim_{A \rightarrow \infty} \int_0^A x e^{-x^2} dx$  を求めよ。

**問題 1.2.**  $\alpha \in \mathbb{R}$  とする。極限  $\lim_{A \rightarrow \infty} \int_1^A \frac{1}{x^\alpha} dx$  を求めよ (ただし極限值として  $\infty$  も許すものとする)。 (ヒント:  $\alpha > 1, \alpha = 1, \alpha < 1$  の3通りに場合分けせよ。)

**問題 1.3.**  $\alpha \in \mathbb{R}$  とする.

(1) 不定積分  $\int \frac{1}{x(\log x)^\alpha} dx$  を求めよ. (ヒント:  $u = \log x$  とおいて置換積分せよ.)

(2) 極限  $\lim_{A \rightarrow \infty} \int_e^A \frac{1}{x(\log x)^\alpha} dx$  を求めよ (ただし極限值として  $\infty$  も許すものとする).

**問題 1.4.**  $a \in \mathbb{R}, a > 0$  とする.

(1) 不定積分  $\int \frac{1}{e^{ax} + e^{-ax}} dx$  を求めよ. (ヒント:  $u = e^{ax}$  とおいて置換積分せよ.)

(2) 極限  $\lim_{A \rightarrow \infty} \int_0^A \frac{1}{e^{ax} + e^{-ax}} dx$  を求めよ.

**問題 1.5.** (1) 不定積分  $\int \frac{1}{\sqrt{x(1-x)}} dx$  を求めよ. (ヒント: 例 1.17-(1) を用いよ.)

(2) 極限  $\lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \int_{1/2}^{1-\varepsilon} \frac{1}{\sqrt{x(1-x)}} dx$  および極限  $\lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \int_\varepsilon^{1/2} \frac{1}{\sqrt{x(1-x)}} dx$  を求めよ.

**問題 1.6.** (1) 不定積分  $\int \frac{x^2}{(x^2+1)^2} dx$  を求めよ. (ヒント: 部分積分法と例 1.17-(2) を用いよ.)

(2) 定積分  $\int_0^1 \frac{x^2}{(x^2+1)^2} dx$  を求めよ.

(3) 極限  $\lim_{A \rightarrow \infty} \int_0^A \frac{x^2}{(x^2+1)^2} dx$  を求めよ.

**問題 1.7.** (1)  $\frac{3x}{x^3+1} = \frac{a}{x+1} + \frac{bx+c}{x^2-x+1}$  が変数  $x$  の恒等式となるような  $a, b, c \in \mathbb{R}$  を求めよ.  
(この変形を, 有理関数  $\frac{3x}{x^3+1}$  を **部分分数に分解する** という. 例 1.25 の直前の記述も参照のこと.)

(2) 不定積分  $\int \frac{3x}{x^3+1} dx$  を求めよ.

(3) 極限  $\lim_{A \rightarrow \infty} \int_0^A \frac{3x}{x^3+1} dx$  を求めよ.

**問題 1.8.**  $u = \tan \frac{x}{2}$  において置換積分を行うことにより, 次の不定積分を求めよ.

$$(1) \int \frac{1}{\sin^2 x} dx \qquad (2) \int \frac{1}{\sin^3 x} dx$$

**問題 1.9.** 不定積分  $\int \sqrt{x^2 + 1} dx$  を求めよ. (ヒント: 部分積分法と例 1.17-(3) を用いよ.)