

演習問題4 (2020年1月14日)

問題 4.1. 次の2重積分, 3重積分の値を求めよ.

$$(1) \iint_{\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x+y \leq \pi, 0 \leq x-y \leq \pi\}} (x+y) \sin(x-y) dx dy$$

$$(2) \iiint_{\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2+y^2+z^2 \leq 1, z \geq 0\}} z dx dy dz$$

問題 4.2. $a, b > 0$ とし, $D := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$ と定める.

(1) 2重積分 $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$ の値を求めよ.

(2) $\beta > 0$ とする. 次のそれぞれの場合について, 2重積分 $\iint_D xy(x^2 + y^2)^\beta dx dy$ の値を求めよ.

(i) $a = b$ のとき.

(ii) $a \neq b$ のとき.