

所属学部・学科:

学籍番号:

氏名:

第1回レポート (演習問題3)

締め切り: 2020年1月14日 (火) 午前10時

提出先: 大学教育推進機構・国際教養教育院事務室
(鶴甲第1キャンパスK棟1階) の横のレポート Box

以下の問題 3.1~3.3 に可能な限り多く解答し、レポートとして提出すること。

注意. 解答用紙としては本紙を用いること。欄が不足した場合に別紙を追加することは差し支えないが、別紙にも所属学部・学科・学籍番号・氏名を明記し、ホチキスなどを用いて本紙から分離しないようにすること。またレポート作成に際しては以下の点にも注意すること:

- なるべくきれいな字で丁寧に書くこと。試験答案やレポートも「他者に読んでもらう文章」なのだから、自分にしか読めないような雑な字で書くべきではない。
- 数学的内容の理解の為に他者と相談をするのは構わないが、レポートの作成にあたっては他者の解答を写したりせず、自分の言葉で解答すること。

問題 3.1. $[0, 1] \times (0, \infty)$ 上で定義された関数 $(x, \alpha) \mapsto x^\alpha \log x$ (ただし $x = 0$ のときは $x^\alpha \log x := 0$ と定める) が連続であること (これは証明なしで認めてよい) を用いて、次の各問いに答えよ。

(1) 任意の $\alpha > 0$ に対し $\int_0^1 x^\alpha \log x \, dx = -\frac{1}{(\alpha + 1)^2}$ であることを示せ。(ヒント: 定理 2.18)

問題 3.1.

(2) 任意の $\alpha > 0$ と任意の正の整数 n に対し $\int_0^1 x^\alpha (\log x)^n dx = \frac{(-1)^n n!}{(\alpha + 1)^{n+1}}$ であることを示せ.

問題 3.2. 次の 2 重積分, 3 重積分の値を求めよ.

(1)
$$\iint_{\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq -1/2, x^2 + y^2 \leq 1\}} x dx dy$$

問題 3.2. (2) $\iint_{\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \geq 0, 0 \leq x \leq 2 - \sqrt{y}\}} y \, dx \, dy$

問題 3.2. (3) $\iiint_{\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \leq y, x^2 + y^2 \leq 1, z^2 \leq x^2 + y^2 + 1\}} xy \, dx \, dy \, dz$

問題 3.3. $a > 0$ とするとき、次で定義される \mathbb{R}^3 の部分集合 D の体積を求めよ.

$$D := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq a^2 \text{ かつ } x^2 + z^2 \leq a^2\}.$$