

The 15th Takagi Lectures

June 27 (Sat)–28 (Sun), 2015
Lecture Theater (3rd floor), House of Creativity
Tohoku University, Sendai, Miyagi, Japan

ABSTRACT

V.F.R. Jones:

Knots and Groups

(結び目と群)

Subfactors Knots and Physics

(部分因子環、結び目と物理)

Groups have played a big role in knot theory. We show how subfactors (subalgebras of certain von Neumann algebras) lead to unitary representations of the braid groups and Thompson's groups F and T . All knots and links may be obtained from geometric constructions from these groups. And invariants of knots may be obtained as coefficients of these representations. We include an extended introduction to von Neumann algebras and subfactors.

結び目理論で群は大きな役割を果たした。部分因子環(ある種のフォン・ノイマン環の部分環)が組紐群とトンプソン群 F と T のユニタリ表現をどのように導くかを示す。すべての結び目と絡み目はこれらの群から幾何学的構成によって得られる。結び目の不変量はこれらの表現の係数として得られる。フォン・ノイマン環と部分因子環への拡大した導入を講演に含む。

A. Vershik:

Invariant Measures, Exit Boundaries, Branching Graphs and Standardness of Filtrations

(不変測度、脱出境界、分枝グラフとフィルトレーションの標準性)

One of the old and important problems in dynamics is the description of the invariant measures with respect to action of groups or groupoids. Another equivalent version of this problems occurred in theory of representations of locally finite groups, and locally semi-simple algebras — is to describe the characters or traces The same problem appeared in the theory of Markov chains, approximation of measure preserving actions martingale theory and so on.

The formulation of all such questions is reduced to the rough classification of the filtrations and its intersections. Here filtration is the decreasing sequences of the sigma-fields of the subsets in standard Borel, or measure spaces. The principle example is a filtration of the past of stochastic processes, or tail sigma-fields in the space of paths of the branching graph (Bratteli diagram).

The fundamental notion of this theory is the notion of standard filtration, for which the general problem of the classification of invariant measures became smooth (or tame) — the standardness guarantees the existence of good parametrization of the ergodic measures.

The first lecture will be devoted to the series of the problems of above type. In the second lecture I will explain the role of standardness in the different areas of mathematics.

力学についての古くて重要な問題のひとつは、群あるいは亜群の作用に関する不変測度を求めることである。同等な問題は、局所有限な群や局所半単純な多元環の表現論においても現れ、指標あるいは跡を求めることに帰着される。同じ問題は、マルコフ連鎖の理論や測度を保存する作用の近似、マルチンゲール理論などでも現れる。

これらの問題はフィルトレーションとそれらの交わりの粗い分類を行うことへと帰着される。ここで、フィルトレーション（減少情報系）とは、標準ボレルあるいは測度空間における部分集合のなす σ -集合族の減少列のことである。その重要な例として、確率過程の過去から生成されるフィルトレーション、あるいは分枝グラフ（Bratteli 図形）のパス空間における末尾 σ -集合族などがある。

この理論の基本的な概念は標準フィルトレーションの概念であり、その下では不変測度の分類問題は容易になることが知られている。実際、標準性によりエルゴード測度をうまくパラメータ付けすることが可能になる。

1 回目の講義では、上記のような問題を論ずる。

2 回目の講義では、種々の異なる数学の分野における標準性の役割について説明する予定である。

C. Villani:

Optimal Transport, Entropy and Curvature: The State of the Art

（最適輸送、エントロピーと曲率：その最先端）

Around the turn of the 21st century, it was discovered that the combination of entropy and optimal transport in a metric-measured geometry was related to curvature bounds. A few years later, this was exploited to found the synthetic theory of Ricci curvature. Now the field is more popular than ever; it is time for a recap and synthesis.

21 世紀を迎える頃、距離と測度を用いた幾何学において、エントロピーと最適輸送の組み合わせが曲率の制限と関係することが見出された。数年後、この発見を発展させ、特異空間のリッチ曲率の下限の理論が創始された。現在ますます注目を浴びているこの分野について解説する。