評価＝授業の成績
＋レポート（12/21に配布）

ただし、出席は可・不可のボーダーには考慮します。なお、眠い状態で演習に臨むのはおすすめしません。眠い人は寝ましょう。http://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/~tshun/2016a.html から演習への要望等が送れます。

1913年、ラマヌジャンはハーディーへの手紙に、次の公式を記した:

ロジャーズ・ラマヌジャン連分数 (1913): $$\cfrac{1}{1+\cfrac{e^{-2\pi}}{1+\cfrac{e^{-4\pi}}{1+\vdots}}} = \left(\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{2}} - \frac{\sqrt{5}+1}{2}\right) e^{2\pi/5}$$

ハーディ曰く (“The Indian Mathematician Ramanujan”, Amer.Math.Month.**44**,1937

“They defeated me completely; I had never seen anything in the least like them before. A single look at them is enough to show that they could only be written down by a mathematician of the highest class. They must be true because, if they were not true, no one would have had the imagination to invent them”.

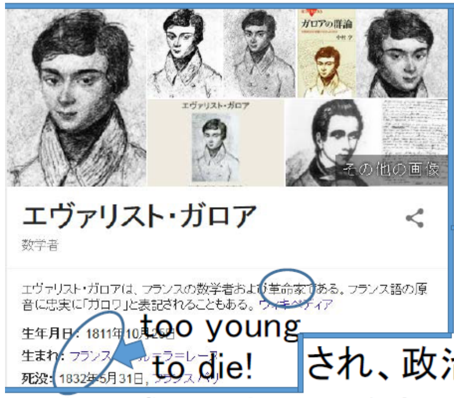
[拙訳]これらの公式に、完璧に打ち負かされてしまった。このようなものをいまだかつて見たことがない。ぱっと見ただけで、最高レベルの数学者によってのみ書き下されたものだと分かる。これらは真であるはずだ。何故なら人類にはこのようなものを捏造するだけの想像力は備わっていないのだから

「一次関数ってことは、二次関数もあるんですか？」← linear, non-linear
「え？あ、そ。あるよ」
「三次関数も？」
「そうそう。三次関数もある」<<SNIP>>
「これは社会に出たら何に使うんですか？」
「そうね。なんに使うんだろうね」
「先生知らないの？」
「ごめんね。ちょっと調べておくね」

『リップヴァンウィンクルの花嫁』より
↑11/26～12/9
@飯田橋ギンレイホール

今日は線型代数の応用、特に固有値・固有ベクトルについて

カミーユ・ジョルダン(1838–1922)は、「ジョルダン標準形」「ジョルダン閉曲線定理」などに名を残す数学者であるが、「ガロア理論 (Galois theory)」の教科書を初めて著したことでも有名である (1870年『置換と代数方程式論』)。



ガロアは「5次方程式の解の公式は存在しない」ことを証明し、その過程で今日「群 (group)」や「体 (field)」と呼ばれるの概念に到達した。これは現代代数学の嚆矢の1つと考えられている。

ガロアの人生に容易なことは何もなかった。家庭に不幸が訪れ、受験に2度失敗し、論文は紛失され、政治活動にのめりこんで逮捕・投獄を繰り返した。

死を予感した決闘の前夜、ガロアは手紙を走り書きした。親友のシュヴァリエに託された着想は、ジョルダンの著作によって誰でも読める財産となった。

ガロアはフランス革命の混乱に倒れたが、数学では最高の革命児である。

今日は:
行列式の復習
＋abc予想

行列式とは：A = $(a_{ij})_{1 \leqq i,j \leqq n}$ を nxn 行列とするとき、

$$\det A = \sum_{\sigma \in S_n} \mathrm{sign}(\sigma) a_{1,\sigma(1)} a_{2,\sigma(2)}, \cdots a_{n,\sigma(n)}$$

行列式とは：A = $(a_{ij})_{1 \leqq i,j \leqq n}$ を nxn 行列とするとき、

$$\det A = \sum_{\sigma \in S_n} \mathrm{sign}(\sigma) a_{1,\sigma(1)} a_{2,\sigma(2)}, \cdots a_{n,\sigma(n)}$$

行列式 ＝ determinant ＝ 決定子

行列式とは：$A=(a_{ij})_{1\leqq i,j\leqq n}$ を nxn 行列とするとき、

$$\det A = \sum_{\sigma\in S_n} \mathrm{sign}(\sigma) a_{1,\sigma(1)} a_{2,\sigma(2)}, \cdots a_{n,\sigma(n)}$$

行列式 ＝ determinant ＝ 決定子

(1) $\mathbf{0} \neq \exists \boldsymbol{v} \in K^n, A\boldsymbol{v} = \mathbf{0} \Leftrightarrow \det A \neq 0$ ：自明な解だけを持つか決定!

行列式とは：A = $(a_{ij})_{1\leqq i,j\leqq n}$ を nxn 行列とするとき、

$$\det A = \sum_{\sigma \in S_n} \mathrm{sign}(\sigma) a_{1,\sigma(1)} a_{2,\sigma(2)}, \cdots a_{n,\sigma(n)}$$

行列式 ＝ determinant ＝ 決定子

(1) $\mathbf{0} \neq \exists \boldsymbol{v} \in K^n, A\boldsymbol{v} = \mathbf{0} \Leftrightarrow \det A \neq 0$ ：自明な解だけを持つか決定!

(2) mxn 行列 A について、rank A はある r 次小行列式が消えない最大の r

：rank も決定!

行列式とは:A = $(a_{ij})_{1 \leqq i,j \leqq n}$ を nxn 行列とするとき、

$$\det A = \sum_{\sigma \in S_n} \mathrm{sign}(\sigma) a_{1,\sigma(1)} a_{2,\sigma(2)}, \cdots a_{n,\sigma(n)}$$

行列式 = determinant = 決定子

(1) $\mathbf{0} \neq \exists \boldsymbol{v} \in K^n, A\boldsymbol{v} = \mathbf{0} \Leftrightarrow \det A \neq 0$:自明な解だけを持つか決定!

(2) mxn 行列 A について、rank A はある r 次小行列式が消えない最大の r

: rank も決定!

(e.g.)

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{pmatrix}$$

⇒ 例えば $\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{31} & a_{33} \end{pmatrix} \neq 0$ なら

少なくとも rank A ≧ 2 が保証される。

さらにすべての 3x3 小行列式が 0 ならば、rank A = 2 となる。

行列式とは：A = $(a_{ij})_{1\leqq i,j\leqq n}$ を nxn 行列とするとき、

$$\det A = \sum_{\sigma\in S_n} \mathrm{sign}(\sigma) a_{1,\sigma(1)} a_{2,\sigma(2)}, \cdots a_{n,\sigma(n)}$$

行列式 ＝ determinant ＝ 決定子

(1) $\mathbf{0} \neq \exists \boldsymbol{v} \in K^n, A\boldsymbol{v} = \mathbf{0} \Leftrightarrow \det A \neq 0$ ：自明な解だけを持つか決定!

(2) mxn 行列 A について、rank A はある r 次小行列式が消えない最大の r

：rank も決定!

(e.g.)

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{pmatrix}$$

例えば $\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{31} & a_{33} \end{pmatrix} \neq 0$ なら

少なくとも rank A ≧ 2 が保証される。

さらにすべての 3x3 小行列式が 0 ならば、rank A = 2 となる。

(3) 特に A が nxn 行列なら、det A≠0 ⇔ rank A = n ⇔ A^{-1} が存在

：可逆行列かどうか決定!

nxn 行列 A を $A=(\boldsymbol{a}_1,\cdots,\boldsymbol{a}_n)$ のように、列ベクトルを並べた形で書く。

(e.g.) $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix} \Rightarrow \boldsymbol{a}_1=\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix},\boldsymbol{a}_2=\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$

nxn 行列 A を $A = (\boldsymbol{a}_1, \cdots, \boldsymbol{a}_n)$ のように、列ベクトルを並べた形で書く。

(e.g.) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \Rightarrow \boldsymbol{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \boldsymbol{a}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

[行列式の特徴づけ] det : { nxn 行列} → K は、次の性質を持つ唯一の関数

(1) 多重線形性 : 任意の 1≦i≦n について、a_i について線型

$$\det(\boldsymbol{a}_1, \cdots, \boldsymbol{a}_{i-1}, \lambda \boldsymbol{v} + \mu \boldsymbol{w}, \boldsymbol{a}_{i+1}, \cdots, \boldsymbol{a}_n)$$
$$= \lambda \det(\boldsymbol{a}_1, \cdots, \boldsymbol{a}_{i-1}, \boldsymbol{v}, \boldsymbol{a}_{i+1}, \cdots, \boldsymbol{a}_n)$$
$$+ \mu \det(\boldsymbol{a}_1, \cdots, \boldsymbol{a}_{i-1}, \boldsymbol{w}, \boldsymbol{a}_{i+1}, \cdots, \boldsymbol{a}_n)$$

(2) 交代性 : 2つの列が一致すれば 0

(3) 正規化条件 : det E_n = 1

nxn 行列 A を $A = (\boldsymbol{a}_1, \cdots, \boldsymbol{a}_n)$ のように、列ベクトルを並べた形で書く。

(e.g.) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \Rightarrow \boldsymbol{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \boldsymbol{a}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

[行列式の特徴づけ] det : { nxn 行列} → K は、次の性質を持つ唯一の関数

(1) 多重線形性 : 任意の 1≦i≦n について、a_i について線型

$$\det(\boldsymbol{a}_1, \cdots, \boldsymbol{a}_{i-1}, \lambda\boldsymbol{v} + \mu\boldsymbol{w}, \boldsymbol{a}_{i+1}, \cdots, \boldsymbol{a}_n)$$
$$= \lambda \det(\boldsymbol{a}_1, \cdots, \boldsymbol{a}_{i-1}, \boldsymbol{v}, \boldsymbol{a}_{i+1}, \cdots, \boldsymbol{a}_n)$$
$$+ \mu \det(\boldsymbol{a}_1, \cdots, \boldsymbol{a}_{i-1}, \boldsymbol{w}, \boldsymbol{a}_{i+1}, \cdots, \boldsymbol{a}_n)$$

(2) 交代性 : 2つの列が一致すれば 0

(3) 正規化条件 : det E_n = 1

さらに、関数 F : { nxn 行列} → K が、(1)と(2)を満たすならば、F = F(E_n) det

“要するに、多重線形＆交代的な、正方行列上の関数は行列式の定数倍”

[detは乗法を保つ] A, B が nxn 行列のとき、$\det(AB) = \det(A)\det(B)$

[detは乗法を保つ] A, B が nxn 行列のとき、det(AB) = det(A) det(B)

(証明) A を固定して、F : { nxn 行列} → K を、F(X) = det (AX) と定義する。

$X = (\boldsymbol{x}_1, \cdots, \boldsymbol{x}_n)$ のとき $AX = (A\boldsymbol{x}_1, \cdots, A\boldsymbol{x}_n)$だから

F は 多重線形性と交代性を持つ。

∴ det (AX) = F(X) = F(E_n) det(X) = det(AE_n) det(X) = det(A) det(X). (Q.E.D.)

[detは乗法を保つ] A, B が nxn 行列のとき、det(AB) = det(A) det(B)

(証明) A を固定して、F : { nxn 行列} → K を、F(X) = det (AX) と定義する。

$$X = (\boldsymbol{x}_1, \cdots, \boldsymbol{x}_n) \text{ のとき } AX = (A\boldsymbol{x}_1, \cdots, A\boldsymbol{x}_n) \text{だから}$$

F は 多重線形性と交代性を持つ。

∴ det (AX) = F(X) = F(E_n) det(X) = det(AE_n) det(X) = det(A) det(X). (Q.E.D.)

[行列式の図形的意味]

(1) A が 2x2 なら、det(A) は a_1,a_2 の張る平行四辺形の符号付面積である。

[detは乗法を保つ] A, B が nxn 行列のとき、det(AB) = det(A) det(B)

(証明) A を固定して、F : { nxn 行列} → K を、F(X) = det (AX) と定義する。

$X = (\boldsymbol{x}_1, \cdots, \boldsymbol{x}_n)$ のとき $AX = (A\boldsymbol{x}_1, \cdots, A\boldsymbol{x}_n)$だから

F は 多重線形性と交代性を持つ。

∴ det (AX) = F(X) = F(E_n) det(X) = det(AE_n) det(X) = det(A) det(X).（Q.E.D.)

[行列式の図形的意味]

(1) A が 2x2 なら、det(A) は a_1,a_2 の張る平行四辺形の符号付面積である。

∵ a_1 と a_2 のなす角を θ とすると、余弦定理より

cos θ = (a_1,a_2)/||a_1||･||a_2||（ここで括弧は内積）

∴ S = ||a_1||･||a_2||･sin θ

$$= \pm\sqrt{(a_{11}^2 + a_{12}^2)(a_{21}^2 + a_{22}^2) - (a_{11}a_{21} + a_{12}a_{22})^2}$$

$$= \pm(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})$$

(2) A が 3x3 なら、det(A) は a_1, a_2, a_3 の張る平行6面体の符号付体積である。

[行列式の図形的意味]

(1) A が 2x2 なら、det(A) は a_1, a_2 の張る平行四辺形の符号付面積である。

∵ a_1 と a_2 のなす角を θ とすると、余弦定理より

$\cos\theta = (a_1, a_2)/\|a_1\|\cdot\|a_2\|$ （ここで括弧は内積）

$$\therefore\ S = \|a_1\|\cdot\|a_2\|\cdot\sin\theta$$

$$= \pm\sqrt{(a_{11}^2 + a_{12}^2)(a_{21}^2 + a_{22}^2) - (a_{11}a_{21} + a_{12}a_{22})^2}$$

$$= \pm(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})$$

(2) A が 3x3 なら、det(A) は a_1, a_2, a_3 の張る平行6面体の符号付体積である。

[行列式の図形的意味]

(1) A が 2x2 なら、det(A) は a_1, a_2 の張る平行四辺形の符号付面積である。

これは、微積分の変数変換にも現れた!

(e.g.)
$$\iint_{\mathbb{R}^2} e^{-(x^2+y^2)}dxdy$$
$$= \int_0^{2\pi}\int_0^{\infty} e^{-r^2}\textcolor{red}{r}\,drd\theta = 2\pi\int_{-\infty}^{0} e^{s}\frac{ds}{2} = \pi$$

(2) A が 3x3 なら、det(A) は a_1,a_2,a_3 の張る平行6面体の符号付体積である。

[行列式の図形的意味]

(1) A が 2x2 なら、det(A) は a_1,a_2 の張る平行四辺形の符号付面積である。

これは、微積分の変数変換にも現れた!

$x = r\cos\theta, y = r\sin\theta$ と変換

(e.g.) $$\iint_{\mathbb{R}^2} e^{-(x^2+y^2)}dxdy$$

$$= \int_0^{2\pi}\int_0^{\infty} e^{-r^2} r\,dr\,d\theta = 2\pi\int_{-\infty}^{0} e^s \frac{ds}{2} = \pi$$

$$dx = (\partial x/\partial r)dr + (\partial x/\partial\theta)d\theta$$

$$dy = (\partial y/\partial r)dr + (\partial y/\partial\theta)d\theta$$

$$\begin{vmatrix} \partial x/\partial r & \partial x/\partial\theta \\ \partial y/\partial r & \partial y/\partial\theta \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos\theta & -r\sin\theta \\ \sin\theta & r\cos\theta \end{vmatrix} = r$$

$$\iint_{\mathbb{R}^2} e^{-(x^2+y^2)}dxdy = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}e^{-y^2}dxdy = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-y^2}dy \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}dx$$ より

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}dx = \sqrt{\pi}$$ である（ガウス積分）。

$$\iint_{\mathbb{R}^2} e^{-(x^2+y^2)}dxdy = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}e^{-y^2}dxdy = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-y^2}dy\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}dx$$ より

$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}dx = \sqrt{\pi}$ である(ガウス積分)。これは、2012年に望月新一教授(京都大学数理解析研究所, RIMS)が発表した、abc予想を解決したとされる

Inter-universal Teichmuller Theory IV: Log-volume Computations and Set-theoretic Foundations

にも、登場する:

$$\iint_{\mathbb{R}^2} e^{-(x^2+y^2)}dxdy = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}e^{-y^2}dxdy = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-y^2}dy \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}dx$$ より

$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}dx = \sqrt{\pi}$ である(ガウス積分)。これは、2012年に望月新一教授(京都大学数理解析研究所, RIMS)が発表した、abc予想を解決したとされる

Inter-universal Teichmuller Theory IV: Log-volume Computations and Set-theoretic Foundations

にも、登場する:

[abc予想 (1985)] 任意の $\varepsilon>0$ に対して、ある $K=K(\varepsilon)>0$ が存在して、互いに素な $a,b,c \geqq 1$ が、$a+b=c$ ならば $c < K \cdot \mathrm{rad}(abc)^{1+\varepsilon}$ が成り立つ。

ここで、$\mathrm{rad}(x) =$ (xを割り切る素数の積)。(e.g. $\mathrm{rad}(108) = \mathrm{rad}(2^2 3^3) = 2 \cdot 3 = 6$)

abc予想は、”固定された素数 $p_1,p_2,\cdots,p_r$ のみを使って、自然数 a,b,c を $a+b=c$ となるように作ることは難しい”と解釈できる。

[abc予想 (1985)] 任意の $\varepsilon>0$に対して、ある $K=K(\varepsilon)>0$ が存在して、
互いに素な $a,b,c\geqq 1$ が、$a+b=c$ ならば $c<K\cdot \mathrm{rad}(abc)^{1+\varepsilon}$ が成り立つ。
ここで、$\mathrm{rad}(x)$ = (xを割り切る素数の積)。(e.g. $\mathrm{rad}(108) = \mathrm{rad}(2^2 3^3) = 2\cdot 3 = 6$)

abc予想は、"固定された素数 $p_1,p_2,\cdots,p_r$ のみを使って、自然数 a,b,c を a+b=c となるように作ることは難しい"と解釈できる。整数論は数学の女王(by Gauss)だが、その面白さの一因は「単純な足し算と単純な掛け算の複雑な相互作用」にある(e.g., 双子素数予想)。abc予想は、自然数に内在する(と予想される)、加法と乗法の調和を直接表現している。

[abc予想 (1985)] 任意の $\varepsilon>0$ に対して、ある $K=K(\varepsilon)>0$ が存在して、互いに素な $a,b,c\geqq 1$ が、$a+b=c$ ならば $c<K\cdot \mathrm{rad}(abc)^{1+\varepsilon}$ が成り立つ。ここで、$\mathrm{rad}(x)$ = (xを割り切る素数の積)。(e.g. $\mathrm{rad}(108)=\mathrm{rad}(2^2 3^3)=2\cdot 3=6$)

abc予想は、”固定された素数 $p_1,p_2,\cdots,p_r$ のみを使って、自然数 a,b,c を a+b=c となるように作ることは難しい”と解釈できる。整数論は数学の女王（by Gauss）だが、その面白さの一因は「単純な足し算と単純な掛け算の複雑な相互作用」にある（e.g., 双子素数予想）。abc予想は、自然数に内在する（と予想される）、加法と乗法の調和を直接表現している。

[“強い”abc予想, 未解決] $\varepsilon=1$ のとき、K=1 と取れる。すなわち、互いに素な a,b,c≧1 が、a+b=c ならば、不等式 $c \leqq \mathrm{rad}(abc)^2$ が成り立つ。

[abc予想 (1985)] 任意の $\varepsilon>0$に対して、ある $K=K(\varepsilon)>0$ が存在して、互いに素な a,b,c≧1 が、a+b=c ならば $c < K\cdot\mathrm{rad}(abc)^{1+\varepsilon}$ が成り立つ。

ここで、rad(x) = (xを割り切る素数の積)。(e.g. $\mathrm{rad}(108) = \mathrm{rad}(2^2 3^3) = 2\cdot 3 = 6$)

abc予想は、”固定された素数 $p_1,p_2,\cdots,p_r$ のみを使って、自然数 a,b,c を $a+b=c$ となるように作ることは難しい”と解釈できる。整数論は数学の女王(by Gauss)だが、その面白さの一因は「単純な足し算と単純な掛け算の複雑な相互作用」にある(e.g., 双子素数予想)。abc予想は、自然数に内在する(と予想される)、加法と乗法の調和を直接表現している。

[“強い”abc予想, 未解決] $\varepsilon=1$ のとき、K=1 と取れる。すなわち、互いに素な $a,b,c\geqq 1$ が、$a+b=c$ ならば、不等式 $c<\mathrm{rad}(abc)^2$ が成り立つ。

(e.g.) $a=1,\ b=2\cdot 3^7=4374,\ \ c=5^4\cdot 7=4375$ のとき、$\mathrm{rad}(abc) = 2\cdot 3\cdot 5\cdot 7 = 210$

[abc予想 (1985)] 任意の $\varepsilon>0$ に対して、ある $K=K(\varepsilon)>0$ が存在して、互いに素な $a,b,c\geqq 1$ が、$a+b=c$ ならば $c<K\cdot\mathrm{rad}(abc)^{1+\varepsilon}$ が成り立つ。

ここで、$\mathrm{rad}(x)$ = (xを割り切る素数の積)。(e.g. $\mathrm{rad}(108) = \mathrm{rad}(2^2 3^3) = 2\cdot 3 = 6$)

abc予想は、”固定された素数 $p_1,p_2,\cdots,p_r$ のみを使って、自然数 a,b,c を $a+b=c$ となるように作ることは難しい”と解釈できる。整数論は数学の女王(by Gauss)だが、その面白さの一因は「単純な足し算と単純な掛け算の複雑な相互作用」にある(e.g., 双子素数予想)。abc予想は、自然数に内在する(と予想される)、加法と乗法の調和を直接表現している。

[“強い”abc予想, 未解決] $\varepsilon=1$ のとき、K=1 と取れる。すなわち、互いに素な $a,b,c\geqq 1$ が、$a+b=c$ ならば、不等式 $c<\mathrm{rad}(abc)^2$ が成り立つ。

(e.g.) $a=1$, $b=2\cdot 3^7=4374$, $c=5^4\cdot 7=4375$ のとき、$\mathrm{rad}(abc)=2\cdot 3\cdot 5\cdot 7=210$

(注) 強い abc予想からは、350年未解決だったフェルマー予想「$n\geqq 3$のとき、$x^n+y^n=z^n$ は自然数解 $x,y,z\geqq 1$ は存在しない」も直ちに導くことができる。

[abc予想 (1985)] 任意の $\varepsilon>0$に対して、ある $K=K(\varepsilon)>0$ が存在して、互いに素な $a,b,c\geqq 1$ が、$a+b=c$ ならば $c<K\cdot\mathrm{rad}(abc)^{1+\varepsilon}$ が成り立つ。

ここで、$\mathrm{rad}(x)=$(xを割り切る素数の積)。(e.g. $\mathrm{rad}(108)=\mathrm{rad}(2^2 3^3)=2\cdot 3=6$)

望月さんは、宇宙際幾何学(inter-universal geometry, IU幾何)を提唱・発展し、副産物として abc予想を解いたとされる。2000年初頭から噂はあったが、関連論文(合わせると2000ページ以上)等を含め、証明のすべてが公開されたのは2012年の夏で、現在も検証がすすめられている。

[“強い”abc予想, 未解決] ε =1 のとき、K=1 と取れる。すなわち、互いに素な a,b,c≧1 が、a+b=c ならば、不等式 $c < rad(abc)^2$ が成り立つ。

(e.g.) a=1, $b=2\cdot 3^7=4374$, $c=5^4\cdot 7=4375$ のとき、rad(abc) = 2・3・5・7 = 210

(注) 強い abc予想からは、350年未解決だったフェルマー予想「n≧3のとき、$x^n+y^n=z^n$ は自然数解 x,y,z≧1 は存在しない」も直ちに導くことができる。

[abc予想 (1985)] 任意の ε >0に対して、ある K=K(ε)>0 が存在して、互いに素な a,b,c≧1 が、a+b=c ならば $c < K\cdot rad(abc)^{1+\varepsilon}$ が成り立つ。
ここで、rad(x) = (xを割り切る素数の積)。(e.g. $rad(108) = rad(2^2 3^3) = 2\cdot 3 = 6$)

望月さんは、宇宙際幾何学(inter−universal geometry, IU幾何)を提唱・発展し、副産物として abc予想を解いたとされる。2000年初頭から噂はあったが、関連論文(合わせると2000ページ以上)等を含め、証明のすべてが公開されたのは2012年の夏で、現在も検証がすすめられている。

集合の集合に興味を持った人は。。。買ってね！

ベーシック圏論: 普遍性からの速習コース 単行本 – 2017/1/30

斎藤 恭司 (監修), 土岡 俊介 (翻訳)

▸ その他 () の形式およびエディションを表示する

単行本
¥ 4,104

¥ 4,104 より 1 新品

書泉グランデMATH
@rikoushonotana

フォローする

１月新刊『ベーシック圏論　普遍性からの速習コース』TomLeinster著　土岡俊介　訳　斎藤恭司監修（丸善出版）
１章　圏、関手、自然変換
２章　随伴
３章　休憩：集合論について
４章　表現可能性
５章　極限
６章　随伴、表現可能性、極限
付録A　一般随伴関手定理の証明
他

望月さんは、宇宙際幾何学(inter-universal geometry, IU幾何)を提唱・発展し、副産物として abc予想を解いたとされる。2000年初頭から噂はあったが、関連論文(合わせると2000ページ以上)等を含め、証明のすべてが公開されたのは2012年の夏で、現在も検証がすすめられている。

集合の集合に興味を持った人は。。。買ってね！

ベーシック圏論: 普遍性からの速習コース 単行本 – 2017/1/30
斎藤 恭司 (監修), 土岡 俊介 (翻訳)

▸ その他 () の形式およびエディションを表示する

単行本
¥ 4,104

¥ 4,104 より 1 新品

書泉グランデMATH
@rikoushonotana
フォローする

１月新刊『ベーシック圏論　普遍性からの速習コース』TomLeinster著　土岡俊介　訳　斎藤恭司監修（丸善出版）
１章　圏、関手、自然変換
２章　随伴
３章　休憩：集合論について
４章　表現可能性
５章　極限
６章　随伴、表現可能性、極限
付録A　一般随伴関手定理の証明
他