


第1回 代数系

12/3 木 (5/6)限

50分 演習

木ニテマニ木

OCWは使わない

3 → 4 → 2 → 5

1

環 加群 群 体

初等整数論

線形代数

$$+ : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$(a+b)+c$$

$$\begin{array}{l} \parallel \\ f \\ (a,b) \mapsto a+b \end{array}$$

$$= f(f(a,b), c)$$

$$\begin{array}{l} \parallel \\ f(a,b) \end{array}$$

$$a+(b+c)$$

$$= f(a, f(b,c))$$

$$n=2$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

体は可換環の一種

Ex $\{*\}$: 零環は環

$$+, \cdot, \{*\} \times \{*\} \rightarrow \{*\}$$

$$0 = * = 1$$

Ex $\forall x \in \mathbb{Q} \quad 2x \neq 1 \quad \text{in } \mathbb{Q}$

$$-(-a) = a$$

$$\textcircled{!} a + (-a) = 0 = (-a) + a$$

$$a - b := a + (-b)$$

$$\text{e.g. } a - b = 0 \Rightarrow a = b$$

K は 整域

$\textcircled{!}$

$$\textcircled{!} a \neq 0, b \neq 0 \Rightarrow ab \neq 0 \text{ を示す}$$

$$ab = 0 \Rightarrow b^{-1} \underbrace{a^{-1}}_1 ab = 0 \Rightarrow \text{矛盾}$$

Ex 偶 + 偶 = 偶

$x \cdot$ 偶 = 偶

奇 + 奇 = 偶

$I = R \Leftrightarrow I \subseteq R \text{ 且 } I \supseteq R$

証明

\mathbb{Z} の ideal $2\mathbb{Z}$

$$d=7 \quad 15 = 7 \cdot 2 + 1$$

$$-15 = 7(-3) + 6$$

$$z - d g = z + d(-g)$$

Ex $a=17$ $b=15$

I-7/11の

$$17 \cdot (-2) + 15 \cdot 1 = 1$$

互除法表

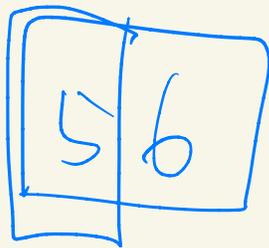
$$(ax+by) + (ax'+by')$$

$$= a(x+x') + b(y+y')$$

$$(ax+by)n = \dots$$

$$\exists a, b = a \cdot 0 + b \cdot 1$$

$$\begin{matrix} \parallel & \parallel \\ d \mid a & a \cdot 1 + b \cdot 0 \end{matrix}$$



Jordan標準形